

2006 年度 線形代数 II 第 1 回レポート 課題

2006 年 11 月 24 日（金）の授業終了時に提出してください。あるいは、それ以前に工学部 3 号館南 305 号室に提出してください。

問題 1

次の集合は線形空間か。そうであれば、そのことを証明せよ。そうでなければ、その理由を述べよ。

(1) 区間 $[0, 2\pi]$ 上の関数 $f(x)$ で $\int_0^{2\pi} f(x) \sin x \, dx = 0$ を満たすものの集合 F_1 。

(2) $n \times n$ の対称行列の集合 M_1 。

(3) $n \times n$ の直交行列の集合 M_2 。

問題 2

次の集合 V は線形空間である。 V の次元を求めよ。また、基底を 1 組求めよ。

$$V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^4 \mid \begin{array}{l} x + 2y + 3z + 4w = 0 \\ 2x + y + 4z + 3w = 0 \end{array} \right\} \quad (1)$$

問題 3

線形空間における次の要素の集合が 1 次独立であるかどうかを、行列式を用いて判定せよ。

(1) $\mathbf{R}^4$ における 4 個の要素

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix} \right\} \quad (2)$$

(2) $\{\sin x, \cos x, \sin 2x, \cos 2x\}$ （ヒント：ロンスキー行列式を計算し、 $x = 0$ として考えよ。）

問題 4

(1) 問題 2 の線形空間 V に対し、正規直交基底を 1 組求めよ。

(2) 問題 2 の線形空間 V に対し、直交補空間の正規直交基底を 1 組求めよ。