

2003 年度 応用数学 第 1 回レポート課題

11/5 (水) までに 3 号館 381 号室に提出してください。

問題 1

- (1) 浮動小数点数 ϵ で、計算機上で $1 + \epsilon$ を計算して丸めた結果が 1 より大きくなるような (すなわち情報落ちが起きないような) 最小の数をマシンイプシロンと呼ぶ。IEEE 方式の単精度で、丸めに 0 捨 1 入を使った場合のマシンイプシロンを求めよ。結果は 10 進数で表示せよ。
- (2) 同じ条件で倍精度に対するマシンイプシロンを求めよ。

問題 2

$|x| \ll 1$ のとき、以下の各式の計算において、桁落ちが生じる可能性があるかどうか判定せよ。可能性がある場合、どのように式を変形すれば桁落ちが避けられるかを述べよ。ただし、平方根、4 乗根、 $\sin$ などの関数は高精度に計算できるとする。

- (1) $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$
- (2) $\sin(1+x) - \sin(1-x)$
- (3) $\sqrt[4]{1+x} - 1$

問題 3

- (1) 正の数 a の平方根をニュートン法によって求める方法を考案し、反復式を書け。
- (2) 上記の方法によって $\sqrt{2}$ を計算せよ。初期近似解を 2 とし、5 回程度の反復を行って誤差の減少の様子を調べよ。計算はパソコンを使っても電卓でもよい。
- (2) 二分法によって $\sqrt{2}$ を計算せよ。初期区間を $[a_0, b_0] = [1, 2]$ とし、10 回程度の反復を行って誤差の減少の様子を調べよ。計算はパソコンを使っても電卓でもよい。

問題 4

- (1) 複素数 z に対する解析関数 $f(z)$ を考える。 $f(z)$ を初期近似解 z_0 の周りでテイラー展開することにより、 $f(z) = 0$ を解くためのニュートン法の反復式を導出せよ。
- (2) $z = x + yi$, $z_0 = x_0 + y_0i$ とおき、(1) で導出した式を x , y に関する反復式として書き直せ。