

2004 年度 応用数学 第 1 回レポート 課題

11/12 (金) までに 3 号館 381 号室に提出してください。

問題 1

$|x| \ll 1$ のとき，以下の各式の計算において，桁落ちが生じる可能性があるかどうか判定せよ。可能性がある場合，どのように式を変形すれば桁落ちが避けられるかを述べよ。ただし，平方根， $\log$ ， $\cos$ などの関数は高精度に計算できるとする。

(1) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1$

(2) $\log(1+x) - \log(1-x)$

(3) $1 - \sqrt{\cos x}$

問題 2

- (1) 正の数 a の 3 乗根をニュートン法によって求める方法を考案し，反復式を書け。
- (2) 自分の学籍番号の下 2 桁を取ってできる整数を a とする（ただし，下 2 桁が整数の 3 乗の場合には，それに 1 を足した数を a とする）。上記の方法によって $\sqrt[3]{a}$ を計算せよ。ただし，適当な初期値を取り，5 回程度の反復を行って誤差の減少する様子を調べよ。計算はプログラムを書いて計算機で行うことが望ましいが，計算機が利用できない場合は電卓でもよい。
- (3) 上記小問 (2) の $\sqrt[3]{a}$ を二分法によって計算せよ。ただし，初期区間 $[a_0, b_0]$ は適当に取り，10 回程度の反復を行って誤差の減少する様子を調べよ。計算はプログラムを書いて計算機で行うことが望ましいが，計算機が利用できない場合は電卓でもよい。

問題 3

四則演算と平方根しか計算できない計算機で $\exp\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ の値を求めるため，ニュートン補間を利用することを考える。ただし， e の値は与えられているとする。次の手順により計算を行え。

- (1) $x_0 = 0$ ， $x_1 = 1$ ， $x_2 = 0.5$ とするとき，(i) x_0 での値のみを用いた e^x のニュートン補間の式，(ii) x_0 ， x_1 の 2 点での値を用いた補間式，(iii) x_0 ， x_1 ， x_2 の 3 点での値を用いた補間式をそれぞれ求めよ。（ヒント：ニュートン補間では補間点を逐次的に増やしていけることを利用せよ。）
- (2) 上記 (iii) の補間式を用いて $\exp\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ の値を近似的に求めよ。
- (3) この近似における誤差の上限を求めよ。また，関数電卓等で $\exp\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ の正確な値を計算することにより実際の誤差を求め，これが誤差の上限より小さいことを確かめよ。