

2004 年度 応用数理工学特論 第 2 回レポート 課題

7/1 (木) までに 3 号館 381 号室に提出してください。

問題 1

- (1) 時刻 0 である株式に対する行使価格 K のプットオプションを売り, 同じ株式に対する同じ行使価格のコールオプションを買うとする。このとき, 満期 T における利益を資産価格 S_T と K とを使って表せ (ヒント : オプションを売った場合の利益は買った場合の利益の符号を逆転したものである)。
- (2) 時刻 0 で株式を 1 単位買い, 同時に銀行から Ke^{-rT} 円借りるポートフォリオを考える。時刻 T でこのポートフォリオを清算して得られる利益は, (1) で計算した利益と同じとなることを示せ。
- (3) 時刻 0 におけるコールオプション, プットオプションの価格をそれぞれ C, P とするとき, 上記の結果を使ってプット・コール・パリティの式

$$C - P = S_0 - Ke^{-rT}$$

を示せ。また, これを利用してプットオプションの価格公式を導出せよ。

問題 2

- (1) 株式銘柄を 1 つ選び, それに対するコールオプションの価格を調べよ。ただし, 満期までの時間 T を 1 つ固定し, 各行使価格 K に対するオプション価格をグラフにせよ (ヒント : CBOE, LIFFE, または Yahoo! Finance のホームページを参照)。
- (2) 同じオプションの価格をブラック-ショールズ公式により計算し, 上記のグラフに重ねて描け。ただし, 以下の点に注意すること。
 - ・ S_0 としては現在の株価を使う。
 - ・ r としては (米国株の場合) 米国の FF 金利¹を使うこと。なお, 最新の FF 金利 (レート) の値は東京三菱銀行のページ <http://www.btm.co.jp/report/mksc2004/index.htm> から入手可能である。ただし, ここに出ている値は R であるため, 関係式 $1 + R = e^r$ を使って r に変換する。
 - ・ σ は本来は過去の株価データから推定すべきだが, ここでは 0 から 1 程度の値でブラック-ショールズ公式による結果が実際の価格データともっともよく一致する値に選ぶこと。
 - ・ T の単位は年に直す必要があることに注意。
 - ・ <http://www.na.cse.nagoya-u.ac.jp/yamamoto/programs.html> にあるブラック-ショールズ公式のプログラムを使ってよい。

¹「米国 FF (フェデラルファンド) 金利は, 日本のコール市場金利に相当する米国の短期金利です。米国の金融機関が一時的な資金の過不足を調整する際, 短期市場で相互に貸し借りするときに適用される金利です。無担保で即日利用可能な流動性の高い資金の取引に適用される金利であることから, 米国における代表的な短期金利として, 米連邦準備制度理事会 (F R B) による金融政策の誘導目標とされています。」(新生銀行ホームページより)

問題 3

- (1) 問題 2 (2) のブラック-ショールズ公式による計算で使ったのと同じパラメータ (S_0, K, T, r, σ) を用いて, 陽的差分法によりコールオプションの価格を計算せよ。ただし, 変換後の変数 x の絶対値の最大値を $x_{\max} = 5.0$, x 方向の (正の領域の) 分割数を $N = 200$ とし, 時間軸方向の分割数 M は安定性の条件

$$\frac{1}{2} \frac{T \sigma^2}{M} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x_{\max}}{N} \right)^2$$

が満たされるように適当に定めよ。なお, <http://www.na.cse.nagoya-u.ac.jp/yamamoto/programs.html> にある陽的差分法の プログラムを使ってよい。

- (2) 上記 (1) と同じ条件で, M だけを安定性の条件が満たされないように変更して計算を行い, 解が振動することを確認せよ。
- (3) 上記 (2) と同じ条件で陰的差分法により計算を行い, 解が正しく得られることを確認せよ。